



Rectangles

No início do século 19 o rei Hoseyngulu Khan Sardar ordenou que fosse construído um palácio num planalto com vista para um bonito rio. O planalto é modelado como uma matriz de $n \times m$ de células quadradas. As linhas da matriz são numeradas de 0 até $n - 1$ e as colunas de 0 até $m - 1$. Referimo-nos à célula na linha i e coluna j ($0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$) como sendo a célula (i, j) . Cada célula (i, j) tem uma altura específica, denotada por $a[i][j]$.

O rei pediu aos seus arquitetos para escolher uma **área retangular** para construir o palácio. A área não deve conter nenhuma célula das bordas da matriz (linha 0, linha $n - 1$, coluna 0 e coluna $m - 1$). Os arquitetos devem portanto escolher quatro inteiros r_1, r_2, c_1 e c_2 ($1 \leq r_1 \leq r_2 \leq n - 2$ e $1 \leq c_1 \leq c_2 \leq m - 2$), que definem uma área que consiste em todas as células (i, j) tal que $r_1 \leq i \leq r_2$ e $c_1 \leq j \leq c_2$.

Para além disto, uma área é considerada **válida** se e só se para qualquer célula (i, j) da área for verificada a seguinte condição:

- Considera as duas células adjacentes à área na linha i (células $(i, c_1 - 1)$ e $(i, c_2 + 1)$) e as duas células adjacentes à área na coluna j (células $(r_1 - 1, j)$ e $(r_2 + 1, j)$). A altura da célula (i, j) deve ser estritamente menor que as alturas destas quatro células.

A tua tarefa é ajudar os arquitetos a descobrir a quantidade de áreas válidas para o palácio (isto é, o número de escolhas r_1, r_2, c_1 e c_2 que definem uma área válida).

Detalhes de implementação

Deves implementar a seguinte função:

```
int64 count_rectangles(int[][] a)
```

- a : uma matriz de n por m inteiros representando as alturas das células.
- Esta função deve devolver a quantidade de áreas válidas para a palácio.

Exemplos

Exemplo 1

Considera a seguinte chamada.

```
count_rectangles([[4, 8, 7, 5, 6],
                 [7, 4, 10, 3, 5],
                 [9, 7, 20, 14, 2],
                 [9, 14, 7, 3, 6],
                 [5, 7, 5, 2, 7],
                 [4, 5, 13, 5, 6]])
```

4	8	7	5	6
7	4	10	3	5
9	7	20	14	2
9	14	7	3	6
5	7	5	2	7
4	5	13	5	6

Existem 6 áreas válidas, listadas a seguir:

- $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = r_2 = 1, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = 2, c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = 3, r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$

Por exemplo $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$ é uma área válida porque as seguintes condições verificam-se:

- $a[1][1] = 4$ é estritamente menor que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[1][0] = 7$ e $a[1][2] = 10$.
- $a[2][1] = 7$ é estritamente menor que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[2][0] = 9$ e $a[2][2] = 20$.

Restrições

- $1 \leq n, m \leq 2500$
- $0 \leq a[i][j] \leq 7\,000\,000$ (para todo $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)

Subtarefas

1. (8 pontos) $n, m \leq 30$
2. (7 pontos) $n, m \leq 80$

3. (12 pontos) $n, m \leq 200$
4. (22 pontos) $n, m \leq 700$
5. (10 pontos) $n \leq 3$
6. (13 pontos) $0 \leq a[i][j] \leq 1$ (para todo $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)
7. (28 pontos) Nenhuma restrição adicional.

Avaliador exemplo

O avaliador exemplo lê o input no seguinte formato:

- linha 1: $n m$
- linha $2 + i$ (para $0 \leq i \leq n - 1$): $a[i][0] a[i][1] \dots a[i][m - 1]$

O avaliador exemplo escreve uma única linha contendo o valor de `count_rectangles`.