



Rectangles

Au début du 19^{ème} siècle, le dirigeant Hoseyngulu Khan Sardar ordonne la construction d'un palais sur un plateau qui surplombe une belle rivière. Le plateau est modélisé par une grille de $n \times m$ cases carrées. Les lignes de la grille sont numérotées de 0 à $n - 1$ et les colonnes sont numérotées de 0 à $m - 1$. La case de la ligne i et colonne j ($0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$) est appelée case (i, j) . Chaque case (i, j) a une hauteur spécifique, notée $a[i][j]$.

Hoseyngulu Khan Sardar a demandé à ses architectes de choisir une **zone** rectangulaire pour la construction du palais. La zone ne doit contenir aucune case des frontières de la grille (ligne 0, ligne $n - 1$, colonne 0 et colonne $m - 1$). Ainsi, les architectes doivent choisir quatre nombres entiers r_1, r_2, c_1 et c_2 ($1 \leq r_1 \leq r_2 \leq n - 2$ et $1 \leq c_1 \leq c_2 \leq m - 2$), qui définissent une zone constituée de toutes les cases (i, j) telles que $r_1 \leq i \leq r_2$ et $c_1 \leq j \leq c_2$.

De plus, une zone est considérée **valide**, si et seulement si, pour chaque case (i, j) de la région, la condition suivante est remplie:

- Considérons les deux cases adjacentes à la zone dans la ligne i (cases $(i, c_1 - 1)$ et $(i, c_2 + 1)$) et les deux cases adjacentes à la zone dans la colonne j (cases $(r_1 - 1, j)$ et $(r_2 + 1, j)$). La hauteur de la case (i, j) doit être strictement inférieure à la hauteur de ces quatre cases.

Votre tâche est d'aider les architectes à trouver le nombre de zones valides pour le palais (c'est-à-dire le nombre de choix de r_1, r_2, c_1 et c_2 définissant une zone valide).

Détails d'implémentation

Vous devez implémenter la fonction suivante :

```
int64 count_rectangles(int[][] a)
```

- a : un tableau à deux dimensions n par m d'entiers représentant les hauteurs des cases.
- Cette fonction doit renvoyer le nombre de zones valides pour le palais.

Exemples

Exemple 1

Considérez l'appel de fonction suivant.

```
count_rectangles([[4, 8, 7, 5, 6],
                  [7, 4, 10, 3, 5],
                  [9, 7, 20, 14, 2],
                  [9, 14, 7, 3, 6],
                  [5, 7, 5, 2, 7],
                  [4, 5, 13, 5, 6]])
```

4	8	7	5	6
7	4	10	3	5
9	7	20	14	2
9	14	7	3	6
5	7	5	2	7
4	5	13	5	6

Il y a 6 zones valides, listées ci-dessous:

- $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = r_2 = 1, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = 2, c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = 3, r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$

Par exemple, $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$ est une zone valide car les deux conditions suivantes sont remplies:

- $a[1][1] = 4$ est strictement inférieur à $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[1][0] = 7$, et $a[1][2] = 10$.
- $a[2][1] = 7$ est strictement inférieur à $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[2][0] = 9$, et $a[2][2] = 20$.

Contraintes

- $1 \leq n, m \leq 2500$
- $0 \leq a[i][j] \leq 7\,000\,000$ (pour tout $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)

Sous-tâches

1. (8 points) $n, m \leq 30$
2. (7 points) $n, m \leq 80$
3. (12 points) $n, m \leq 200$
4. (22 points) $n, m \leq 700$
5. (10 points) $n \leq 3$
6. (13 points) $0 \leq a[i][j] \leq 1$ (pour tout $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)
7. (28 points) Aucune contrainte supplémentaire.

Évaluateur d'exemple (sample grader)

L'évaluateur d'exemple lit les entrées au format suivant :

- ligne 1 : $n m$
- ligne $2 + i$ (pour $0 \leq i \leq n - 1$) : $a[i][0] a[i][1] \dots a[i][m - 1]$

L'évaluateur d'exemple affiche une seule ligne contenant la valeur de retour de `count_rectangles`.