



Rectangles

A principios del siglo XIX, el gobernador Hoseyngulu Khan Sardar, ordenó construir un palacio con vista a un hermoso río en una meseta. La meseta se modela como una red $n \times m$ de celdas cuadradas. Las filas de la red se numeran de 0 a $n - 1$, y las columnas se numeran 0 a $m - 1$. Nos referimos a la celda en la fila i y columna j ($0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$) como (i, j) . Cada celda (i, j) tiene una altura específica, denotada por $a[i][j]$.

Panah-Ali Khan le pidió a sus arquitectos elegir un **área rectangular** para construir su palacio. Esta área no puede contener ninguna celda de los bordes de la red (estas son: fila 0, fila $n - 1$, columna 0, y columna $m - 1$). Por tanto, los arquitectos deben elegir cuatro enteros r_1, r_2, c_1 y c_2 ($1 \leq r_1 \leq r_2 \leq n - 2$ y $1 \leq c_1 \leq c_2 \leq m - 2$) que definan un área que consista de todas las celdas (i, j) tal que $r_1 \leq i \leq r_2$ y $c_1 \leq j \leq c_2$.

Asimismo, un área es considerada **válida** si y solo si para cada celda (i, j) en el área, la siguiente condición se mantiene:

- Considera dos celdas adyacentes al área en la fila i (las celdas $(i, c_1 - 1)$ y $(i, c_2 + 1)$) y las dos celdas adyacentes al área en la columna j (celdas $(r_1 - 1, j)$ y $(r_2 + 1, j)$). La altura de la celda (i, j) debe ser estrictamente menor que las alturas de estas cuatro celdas.

Tu tarea es ayudar a los arquitectos a encontrar el número de áreas válidas para construir el palacio (esto es, el número de opciones de r_1, r_2, c_1 y c_2 que definen un área válida).

Detalles de implementación

Debes implementar la siguiente función:

```
int64 count_rectangles(int[][] a)
```

- a : un arreglo de enteros de dos dimensiones n por m que representa las alturas de las celdas.
- Esta función debe retornar el número de áreas válidas para la construcción del palacio.

Ejemplos

Ejemplo 1

Considera la siguiente llamada:

```
count_rectangles([[4, 8, 7, 5, 6],
                  [7, 4, 10, 3, 5],
                  [9, 7, 20, 14, 2],
                  [9, 14, 7, 3, 6],
                  [5, 7, 5, 2, 7],
                  [4, 5, 13, 5, 6]])
```

| | | | | |
|---|----|----|----|---|
| 4 | 8 | 7 | 5 | 6 |
| 7 | 4 | 10 | 3 | 5 |
| 9 | 7 | 20 | 14 | 2 |
| 9 | 14 | 7 | 3 | 6 |
| 5 | 7 | 5 | 2 | 7 |
| 4 | 5 | 13 | 5 | 6 |

Para este ejemplo, hay 6 áreas válidas, listadas debajo:

- $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = r_2 = 1, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = 2, c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = 3, r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$

Por ejemplo, $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$ es un área válida porque ambas condiciones se mantienen:

- $a[1][1] = 4$ es estrictamente más pequeña que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[1][0] = 7$, y $a[1][2] = 10$.
- $a[2][1] = 7$ es estrictamente más pequeña que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[2][0] = 9$, y $a[2][2] = 20$.

Restricciones

- $1 \leq n, m \leq 2500$
- $0 \leq a[i][j] \leq 7\,000\,000$ (para todas $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)

Sub-tareas

1. (8 puntos) $n, m \leq 30$
2. (7 puntos) $n, m \leq 80$
3. (12 puntos) $n, m \leq 200$
4. (22 puntos) $n, m \leq 700$
5. (10 puntos) $n \leq 3$
6. (13 puntos) $0 \leq a[i][j] \leq 1$ (para todas $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)
7. (28 puntos) Sin restricciones adicionales.

Grader de ejemplo

Este grader de ejemplo lee la entrada en el siguiente formato:

- línea 1: $n m$
- línea $2 + i$ (para $0 \leq i \leq n - 1$): $a[i][0] a[i][1] \dots a[i][m - 1]$

El grader de ejemplo imprime una única línea que contiene el valor retornado por la función `count_rectangles`.