



Rectangles

No início do século 19, o príncipe Hoseyngulu Khan Sardar ordenou que fosse construído um palácio em um terreno às margens do rio Zangi. O terreno é modelado como um reticulado $n \times m$ de células quadradas. As linhas do reticulado são numeradas de 0 a $n - 1$, e as colunas são numeradas de 0 a $m - 1$. Denotamos a célula na linha i e coluna j ($0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$) por célula (i, j) . Cada célula (i, j) tem uma altura específica, denotada por $a[i][j]$.

Hoseyngulu Khan Sardar solicitou a seus arquitetos que escolham uma **área** retangular para construir o palácio. A área não deve conter qualquer célula na borda do reticulado (linha 0, linha $n - 1$, coluna 0, e coluna $m - 1$). Assim, os arquitetos devem escolher quatro números inteiros r_1, r_2, c_1 , and c_2 ($1 \leq r_1 \leq r_2 \leq n - 2$ e $1 \leq c_1 \leq c_2 \leq m - 2$), que definem uma área que inclui cada células (i, j) tal que $r_1 \leq i \leq r_2$ e $c_1 \leq j \leq c_2$.

Adicionalmente, uma área é considerada **válida** se e somente se para cada célula (i, j) incluída na área a seguinte condição é verdadeira:

- Considere as duas células adjacentes à área na linha i (célula $(i, c_1 - 1)$ e célula $(i, c_2 + 1)$) e as duas células adjacentes à área na coluna j (célula $(r_1 - 1, j)$ e célula $(r_2 + 1, j)$). A altura da célula (i, j) deve ser estritamente menor do que as alturas de todas essas quatro células.

Sua tarefa é ajudar os arquitetos a encontrar o número de áreas válidas para o palácio (i.e, o número de escolhas de r_1, r_2, c_1 e c_2 que definem uma área válida).

Detalhes de implementação

Você deve implementar o seguinte procedimento:

```
int64 count_rectangles(int[][] a)
```

- a : uma matriz n por m de números inteiros representando as alturas das células.
- Este procedimento deve retornar o número de áreas válidas para a fortaleza.

Exemplos

Exemplo 1

Considere a seguinte chamada.

```
count_rectangles([[4, 8, 7, 5, 6],
                  [7, 4, 10, 3, 5],
                  [9, 7, 20, 14, 2],
                  [9, 14, 7, 3, 6],
                  [5, 7, 5, 2, 7],
                  [4, 5, 13, 5, 6]])
```

4	8	7	5	6
7	4	10	3	5
9	7	20	14	2
9	14	7	3	6
5	7	5	2	7
4	5	13	5	6

Há 6 áreas válidas, listadas abaixo:

- $r_1 = r_2 = c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$
- $r_1 = r_2 = 1, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = 2, c_2 = 3$
- $r_1 = r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$
- $r_1 = 3, r_2 = 4, c_1 = c_2 = 3$

Por exemplo $r_1 = 1, r_2 = 2, c_1 = c_2 = 1$ é uma área válida porque ambas as seguintes condições são verdadeiras:

- $a[1][1] = 4$ é estritamente menor do que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[1][0] = 7$, e $a[1][2] = 10$.
- $a[2][1] = 7$ é estritamente menor do que $a[0][1] = 8$, $a[3][1] = 14$, $a[2][0] = 9$, e $a[2][2] = 20$.

Restrições

- $1 \leq n, m \leq 2500$
- $0 \leq a[i][j] \leq 7\,000\,000$ (para todo $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)

Subtarefas

1. (8 pontos) $n, m \leq 30$
2. (7 pontos) $n, m \leq 80$

3. (12 pontos) $n, m \leq 200$
4. (22 pontos) $n, m \leq 700$
5. (10 pontos) $n \leq 3$
6. (13 pontos) $0 \leq a[i][j] \leq 1$ (para todo $0 \leq i \leq n - 1, 0 \leq j \leq m - 1$)
7. (28 pontos) Nenhuma restrição adicional.

Corretor exemplo

O corretor exemplo lê a entrada no seguinte formato:

- linha 1: $n m$
- linha $2 + i$ (para $0 \leq i \leq n - 1$): $a[i][0] a[i][1] \dots a[i][m - 1]$

O corretor exemplo escreve na saída uma única linha contendo o valor de `count_rectangles`.